ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:	*24 / 05 / 2011*
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:	***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι (ΕΠΑΛ Α΄ ΟΜΑΔΑ)***

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολ. Βιβλίο σελ. 84

Α2. α) Σ, β) Σ, γ) Λ, δ) Λ , ε) Σ

Α3. α) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ **, β)** $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ **, γ)** $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x)dx = 0$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^-} \frac{x^2-7x+12}{x-4} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}$

$\lim\limits_{x\to 4^-} \frac{(x-3)(x-4)}{x-4} = \lim\limits_{x\to 4^-}(x-3) = 4-3 = 1$

Β2. $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^+} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} - 3$

Είναι $\lim\limits_{x\to 4^+} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim\limits_{x\to 4^+} \frac{\sqrt{x}^2-2^2}{\sqrt{x}-2} = \lim\limits_{x\to 4^+} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} =$

$\lim\limits_{x\to 4^+} \sqrt{x}+2 = 2+2 = 4$

οπότε $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = 4-3 = 1$

Β3. Αφού $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = 1$, τότε υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$ και είναι $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = 1$

Ακόμη $f(4) = \alpha$, άρα για να είναι συνεχής η f στο $x_0 = 4$ πρέπει:

$\lim\limits_{x\to 4} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \alpha = 1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$$K_1 = \frac{25+35}{2} = 30,\ K_2 = \frac{35+45}{2} = 40,\ K_3 = \frac{45+55}{2} = 50,\ K_4 = \frac{55+65}{2} = 60$$
$$v_1 = 7,\ v_2 = 12,\ v_3 = 15,\ v_4 = 6$$
$$N_1 = v_1 = 7,\ N_2 = 7+12 = 19,\ N_3 = 19+15 = 34,\ N_4 = 40$$
$$f_1\% = \frac{7}{40}100 = 17{,}5,\ f_2\% = \frac{12}{40}100 = 30,\ \ f_3\% = \frac{15}{40}100 = 37{,}5,$$
$$f_4\% = \frac{6}{40}100 = 15$$

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι:

Ηλικίες $[\,,\,)$	Μέσο διαστήματος K_i	Συχνότητα v_i	$K_i v_i$	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
$[25,35)$	30	7	210	7	17,5
$[35,45)$	40	12	480	19	30
$[45,55)$	50	15	750	34	37,5
$[55,65)$	60	6	360	40	15
Σύνολα	-	40	1800	-	100

Γ2. $\bar{x} = \dfrac{K_1v_1 + K_2v_2 + K_3v_3 + K_4v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \dfrac{210+480+750+360}{7+12+15+6} = \dfrac{1800}{40} = 45$ έτη

Γ3. Ηλικία τουλάχιστον 45 ετών έχουν: $v_3 + v_4 = 15 + 6 = 21$ εργαζόμενοι

Γ4. Το ποσοστό των εργαζομένων με ηλικία κάτω των 35 ετών είναι: $f_1\% = 17{,}5$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1, x \in \mathbb{R}$

Το πεδίο ορισμού της A είναι το $\mathbb{R}$ (αφού η f είναι πολυωνυμική).

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $A = \mathbb{R}$ με $f'(x) = (x^3 - 6x^2 + 9x + 1)' = 3x^2 - 12x + 9$. Είναι

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0$ με ρίζες x=1, x=3

Ο πίνακας μελέτης της f και προσήμου της f' είναι:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Έτσι η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,1]$, $[3,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1,3]$

Δ2. Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,1]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$, άρα παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για x=1 το $f(1)=1-6+9+1=5$

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$ και γνησίως αύξουσα στο $[3,+\infty)$, άρα παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x=3 το $f(3)=27-54+27+1=1$

Δ3. Έχουμε $f'(x)=3x^2-12x+9$, άρα $I=\int_1^3 f'(x)dx=\left[f(x)\right]_1^3=f(3)-f(1)\overset{\Delta_2}{=}1-5=-4$

Δ4. $g(x)=3x^2-12x+9=3\left(x^2-4x+3\right)=f'(x)$ όπου το πρόσημό της είναι

(από πίνακα του ερωτ. Δ1): $g(x)>0,\ x\in[0,1)$ και $g(x)<0,\ x\in(1,3)$

Επομένως το ζητούμενο εμβαδόν είναι :

$$E=\int_0^1 g(x)dx+\int_1^3 -g(x)dx=\int_0^1 f'(x)dx-\int_1^3 f'(x)dx=$$

$$\left[f(x)\right]_0^1-\left[f(x)\right]_1^3=f(1)-f(0)-f(3)+f(1)=5-1-1+5=8\text{τ.μ.}$$